Série d'exercices corrigés N°3

Exercice 1 Soit $E = \{a,b,c,d,e\}$. On considère les 2 familles $\Im_1$ et $\Im_2$ de parties de E.

$\Im_1 = \{\Phi, \{a\}, \{b,c,d,e\}, E\}$ et $\Im_2 = \{\Phi, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}, \{c,d,e\},$
$\{a,c,d,e\}, \{b,c,d,e\}, E\}$

1. Vérifier que $\Im_1$ et $\Im_2$ sont 2 algèbres.
2. Construire la plus petite algèbre $\Im_3$ contenant les parties $\{a\}$ et $\{c,d\}$.
3. Vérifier que $\Im_2 \cap \Im_3$ est une algèbre.
4. Construire la plus petite algèbre $\Im_4$ contenant à la fois $\Im_2$ et $\Im_3$.

Solution

1. On vérifie que chacune des familles $\Im_1$ et $\Im_2$ possède les propriétés de fermeture, de complémentarité et de réunion..
2. $\Im_3 = \{\Phi, \{a\}, \{b,e\}, \{c,d\}, \{a,b,e\},$
$\{a,c,d\}, \{b,c,d,e\}, E\}$
3. $\Im_2 \cap \Im_3 = \Im_1$
4. $\Im_4 = \Im_2 \cup \Im_3 \cup$
$\{\{e\}, \{a,e\}, \{b,c,d\}, \{a,b,c,d\}\}$

Exercice 2 Soit un ensemble fondamental Ω et $\Im_1$ et $\Im_2$ 2 algèbres de parties de Ω. On désigne par $\Im$, $\Im = \Im_2 \cap \Im_3$:

$$(A \in \Im_1 \text{ et } A \in \Im_2) \Leftrightarrow (A \in \Im)$$

1. Montrer que $\Im$ est également une algèbre de parties de Ω.
2. Montrer que si $\Im_1$ et $\Im_2$ sont 2 σ -algèbres de parties de Ω, il en est de même de $\Im$.
3. En déduire que si $\aleph$ est une famille quelconque de parties de Ω, il existe une σ -algèbre contenant $\aleph$ et qui est contenue dans toute σ -algèbre contenant $\aleph$ (ce qui revient à dire qu'il existe une plus petite σ -algèbre contenant $\aleph$).

Solution

1. $\Im$ est une algèbre car :

- $(E \in \Im_1 \text{ et } E \in \Im_2) \Rightarrow (E \in \Im)$
- $(A \in \Im) \Rightarrow (A \in \Im_1 \text{ et } A \in \Im_2) \Rightarrow (\overline{A} \in \Im_1 \text{ et } \overline{A} \in \Im_2) \Rightarrow (\overline{A} \in \Im)$
- $(A_1, A_2 \in \Im) \Rightarrow (A_1, A_2 \in \Im_1 \text{ et } A_1, A_2 \in \Im_2) \Rightarrow (A_1 \cup A_2 \in \Im_1 \text{ et } A_1 \cup A_2 \in \Im_2) \Rightarrow A_1 \cup A_2 \in \Im$

2. Ce résultat s'étend au cas où $\Im_1$ et $\Im_2$ sont 2 σ -algèbres (tribus). Plus généralement, si $\Im$ est l'intersection d'un nombre quelconque de σ -algèbres $\Im_1, \Im_2, \ldots, \Im$ est également une σ -algèbre.
3. Soit F l'ensemble des tribus contenant $\aleph$ et F($\aleph$) l'intersection de ces tribus. F($\aleph$) qui contient $\aleph$ est contenue dans toute tribu de F. De 2., F($\aleph$) est aussi une tribu ; c'est la plus petite tribu contenant $\aleph$.

Exercice 3 A, B, C étant 3 événements quelconques, exprimer les événements :

1. A seul se produit
2. A et B se produisent mais non C
3. Les 3 se produisent simultanément
4. Au moins l'un des événements se produit
5. Au moins deux des événements se produisent

4. Au moins l'un des événements se produit
5. Au moins deux des événements se produisent
6. 2 événements au plus se produisent
7. Un seul événement se produit
8. 2 événements ou plus se produisent
9. 2 événements seulement se produisent
10. Aucun des événements ne se produit
11. Pas plus de 2 événements ne se produisent

Solution

1) $A\overline{B}\overline{C}$; 2) $AB\overline{C}$; 3) ABC ; 4) $A \cup B \cup C$; 5) $AB + AC + BC$;
6) $\overline{ABC} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$; 7) $A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C$; 8) $AB + AC + BC$;
9) $AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC$; 10) $\overline{A}\overline{B}\overline{C} = \overline{A \cup B \cup C}$; 11) $\overline{ABC} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

Exercice 4 On extrait 5 cartes d'un jeu de 52 cartes. Quelle est la probabilité pour que :
1. 4 cartes soient des as
2. 4 cartes soient des as et la 5^{eme} un roi
3. 3 cartes soient des 10 et 2 des valets
4. l'on ait un 9, un 10, un valet, une dame et un roi
5. l'on ait 3 cartes d'une même couleur et 2 d'une autre même couleur
6. Au moins une carte soit un as
7. 5 cartes soient des '' pique''.

Solution

Soit l'événement A_1 :''On extrait 4 as''. On a $P(A_1) = \frac{C_4^4 C_{48}^1}{C_{52}^5}$.

De la même manière, on trouve $P(A_2) = \frac{C_4^4 C_4^1}{C_{52}^5}$, $P(A_3) = \frac{C_4^3 C_4^2}{C_{52}^5}$,

$P(A_4) = \frac{C_4^1 C_4^1 C_4^1 C_4^1 C_4^1}{C_{52}^5}$, $P(A_5) = \frac{4C_{13}^1 3C_{13}^2}{C_{52}^5}$, $P(A_6) = 1 - \frac{C_{48}^5}{C_{52}^5}$ (ou bien

$\frac{C_4^1 C_{48}^4}{C_{52}^5} + \frac{C_4^2 C_{48}^3}{C_{52}^5}$ $\frac{C_4^3 C_{48}^2}{C_{52}^5} + \frac{C_4^4 C_{48}^1}{C_{52}^5}$), $P(A_7) = \frac{C_{13}^5}{C_{52}^5}$

Exercice 5 Une classe comporte 10 garçons dont la moitié a les yeux marrons et 20 filles dont la moitié a également les yeux marrons. Calculer la probabilité pour qu'une personne tirée au hasard soit un garçon ou ait les yeux marrons.

Solution

Soient les événements A:'' l'élève est un garçon'' et B :'' l'élève a les yeux marrons''. On cherche $P(A \cup B)$. on a $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ avec $P(A) = \frac{10}{30}$, $P(B) = \frac{5+10}{30}$, $P(A \cap B) = \frac{5}{30}$

Exercice 6 Montrer que si A, B, C sont des événements quelconques :

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$
$$- P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

Solution

On pose $D = A \cup B$, on a $P(D \cup C) = P(D) + P(C) - P(D \cap C)$ avec $P(D) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ et $P(D \cap C) = P(AC) + P(BC) - P(A \cap B \cap C)$

Exercice 7 Soit $(\Omega, \wp, P)$ un espace probabilisé et A un événement tel que $P(A) = 1$. Montrer que pour tout événement $B \in \wp$ on a : $P(B - A) = 0$, $P(A \cup B) = 1$ et $P(AB) = P(B)$.

Solution

On a $(B - A) \subset \overline{A}$ et $0 \leq P(B - A) \leq P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0$; d'où $P(B - A) = 0$. De même $A \subset (A \cup B)$ et $1 = P(A) \leq P(A \cup B) \leq 1$ d'où $P(A \cup B) = 1$. Enfin, $B = (B - A) \cup (B \cap A)$ avec $(B - A) \cap (B \cap A) = \varnothing$ et $P(B) = P(B - A) + P(B \cap A)$. Comme $P(B - A) = 0$, on a $P(B) = P(B \cap A)$.

Exercice 8 Soit $n \in IN^*$. Une urne contient une boule rouge, une boule blanche et une boule noire. On tire successivement n boules de cette urne avec remise.

1. Quelle est la probabilité pour que la premiére et la derniére boule tirées soient de la même couleur ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge au cours de ces tirages ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule dec chaque couleur au cours de ces tirages ?

Solution

E est l'ensemble des boules de l'urne et $Card\Omega = 3^n$

1. $cardA = 3.3^{n-2}$ et $P(A) = 1/3$

2. $P(\overline{R}) = \dfrac{2^n}{3^n}$ et $P(R) = 1 - \dfrac{2^n}{3^n}$ où R est l'évènement : ''Obtenir au moins une boule rouge au cours de ces n tirages''.

3. On designe par B et N les évènements : ''Obtenir au moins une boule blanche au cours de ces n tirages'' et ''Obtenir au moins une boule noire au cours de ces n tirages''.

On a $P(R \cup B \cup N) = P(R) + P(B) + P(N) - P(RB) - P(RN) - P(BN) + P(RBN)$ avec $P(R \cup B \cup N) = P(\Omega) = 1$, $P(R) = P(B) = P(N)$ et $P(RB) = P(RN) = P(BN)$. Comme $P(BN) = P(B) + P(N) - P(B \cup N)$, on a $P(B \cup N) = 1 - P(\overline{B \cup N}) = 1 - P(\overline{B} \cap \overline{N}) = 1 - \dfrac{1^n}{3^n}$ et $P(BN) = 2P(B) - \left(1 - \dfrac{1}{3^n}\right)$; d'où finalement $P(RBN) = 1 - \dfrac{2^n}{3^{n-1}} + \dfrac{1}{3^{n-1}}$.

Exercice 9 On lance 3 dés. Calculer la probabilité d'obtenir au moins :

1. Un as
2. 2 faces portant le même chiffre.

Solution

On a $\omega = (i, j, k)$ avec $i, j, k = 1, ..., 6$ et $Card\Omega = 6^3 = 216$.

1. Comme tous les résultats sont équiprobables, la probabilité de n'obtenir aucun as vaut $P(\overline{A}) = \dfrac{5^3}{6^3} = 0.58$ et $P(A) = 1 - P(\overline{A})$.
2. On cherche la probabilité de $\overline{B}$:'' les 3 dés marquent des chiffres différents''. $Card\,\overline{B} = 6.5.4 = 120$, $P(\overline{B}) = \dfrac{120}{6^3}$ et $P(B) = 1 - P(\overline{B})$

Exercice 10 Dans une bibliothèque, 10 livres sont exposés sur une étagère et répartis au hasard. Parmi ces 10 livres, 3 sont du même auteur, les autres étant d'auteurs tous différents. Calculer la probabilité que les 3 livres du même auteur se retrouvent côte à côte.

Solution

Ω est l'ensemble des permutations d'un ensemble de 10 éléments; chaque permutation est de probabilité $\frac{1}{10!}$. Le nombre de cas favorables est le nombre de permutations telles que les 3 livres du même auteur se retrouvent côte à côte. Si on parcourt l'étagère de gauche à droite, il y a 8 places possibles pour le 1[er] livre de cet auteur rencontré. Cette place étant fixée, les livres de cet auteur se repartissent suivant 3! places et les autres suivant 7! places; d'où la probabilité cherchée $\frac{8.3!.7!}{10!} = \frac{1}{15}$

Exercice11 On lance 2dés.

1. Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux montre 6, sachant que les résultats sont différents ?
2. Quelle est la probabilité que le premier dé montre 6, sachant que la somme des deux dés est i $(2 \leq i \leq 12)$?

Solution

1. Soient les événements A:" Au moins l'un d'entre eux montre 6" et B:"Les résultats sont différents". Comme $A = \{(1,6),(2,6),...(6,6),(6,1),...(6,5)\}$, $Card\ A = 6$; $B = \{(1,2),...,(6,5)\}$, $Card\ B = 30$, on a $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{10/36}{30/36} = 1/3$ car $AB = \{(1,6),(2,6),...(5,6),(6,1),...(6,5)\}$ et $Card\ AB = 10$
2. Soient les événements A:" Le 1[er] dé montre 6" et B:"La somme est i". Comme $A = \{(6,1),...(6,6)\}$, $Card\ A = 11$; si i=2, $B = \{(1,1)\}$ et $AB = \varnothing$; d'où $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ =0. Pour i=2,3,4,5,6, on trouve de même $P(A/B) = 0$ car $AB = \varnothing$. Pour i=7, $P(A/B) = \frac{1/36}{6/36}$; i=8, $P(A/B) = \frac{1/36}{5/36}$; i=9, $P(A/B) = \frac{1/36}{4/36}$; i=10, $P(A/B) = \frac{1/36}{3/36}$; i=11, $P(A/B) = \frac{1/36}{2/36}$; i=12, $P(A/B) = \frac{1/36}{1/36}$.

Exercice 12 Une urne contient 6 boules blanches et 9 noires. On en tire 4 sans remise. Quelle est la probabilité que les deux premières soient blanches et les deux autres noires ?

Solution

$$P(BBNN) = P(B)\,P(B/B)\,P(N/BB)\,P(N/BBN) = \frac{6}{15}\frac{5}{14}\frac{9}{13}\frac{8}{12} = 0.066$$

Exercice 13 Un couple a 2 enfants. Quelle est la probabilité que les 2 soient des filles sachant :

1. Que l'ainée est une fille ?
2. Qu'il y a au moins une fille dans la famille ?

Solution

$\Omega = \{GG, GF, FG, FF\}$. A :"Les 2 enfants sont filles" $P(A) = 1/4$

1. B :"L'aînée est une fille" $P(B) = 2/4$, $AB = \{(FF)\}$ et $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ $= \frac{1/4}{2/4} = 1/2$

2. C :" Il y a au moins une fille dans la famille" $P(C)=3/4$, $AB=\{(FF)\}$ et $P(A/B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{1/4}{3/4}=1/3$

Exercice 14 Une urne U_1 contient une boule noire et 5 boules blanches. Une urne U_2 contient 4 boule noires et 2 boules blanches. On effectue dans ces urnes une suite de tirages d'une boule de la façon suivante : le premier tirage se fait au hasard dans l'une ou l'autre des 2 urnes. Pour $n \in IN^*$, si le $n^{ième}$ tirage donne une boule blanche, le $(n+1)^{ième}$ tirage s'effectue dans la même urne que le $n^{ième}$ tirage et si le $n^{ième}$ tirage donne une boule noire, on change d'urne pour effectuer le $(n+1)^{ième}$ tirage. Chaque boule tirée est aussitôt remise dans l'urne d'où elle provient. On note p_n la probabilité d'effectuer le $n^{ième}$ tirage dans l'urne U_1 et q_n la probabilité de tirer une boule blanche au $n^{ième}$ tirage.

1. Determiner p_n en fonction de n.

2. Exprimer q_n en fonction de n.

Solution

1. Soient les évènements A_n : " Le tirage s'effectue dans U_1" et B_n :" Une boule blanche est obtenue au $n^{ième}$ tirage".

Pour $n \geq 2$, on a $P(A_n)=P(A_n/A_{n-1})P(A_{n-1})+P(A_n/\overline{A_{n-1}})P(\overline{A_{n-1}})$ ou $p_n=\frac{5}{6}p_{n-1}+\frac{4}{6}(1-p_{n-1})=\frac{1}{6}p_{n-1}+\frac{4}{6}$. La suite $(p_n)_{n\geq 1}$ est une suite arithmético-géométrique dont le point fixe $l=\frac{4}{5}$ est la solution de $l=\frac{1}{6}l+\frac{4}{6}$. Comme $p_n-l=\frac{1}{6}(p_{n-1}-l)$, la suite p_n-l est une suite géométrique de raison $1/6$ et de premier terme $p_1-\frac{4}{5}$; d'où $\forall n\geq 1$, $\left(p_n-\frac{4}{5}\right)=\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\left(p_1-\frac{4}{5}\right)$. Comme $p_1=\frac{1}{2}$, on a $\forall n\geq 1$, $p_n=\frac{4}{5}-\frac{3}{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}$.

2. $\forall n\geq 1$, $P(B_n)=P(B_n/A_n)P(A_n)+P(B_n/\overline{A_n})P(\overline{A_n})$; d'où $\forall n\geq 1$, $q_n=\frac{5}{6}p_n+\frac{2}{6}(1-p_n)$. On a donc $\forall n\geq 1$, $q_n=\frac{1}{6}p_n+\frac{2}{6}$ et $q_n=-\frac{3}{20}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{11}{15}$.

Exercice 15 Un joueur garde dans sa poche 2 pièces ; l'une normale et l'autre ayant ses 2 faces identiques (2 fois pile). Il en prend une au hasard et la lance. Elle montre pile.

1. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse de la pièce normale ?
2. Il la jette une 2^{eme} fois. Elle montre de nouveau pile. Que devient la probabilité précédente ?
3. Il la lance une 3^{eme} fois, mais obtient face cette fois. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse de la pièce normale ?

Solution

Soient les événements E :"La pièce utilisée est normale", F :"La pièce utilisée est la 2^{eme} pièce", G :"La pièce jetée a montré pile", H :"La pièce jetée a montré face".

1. $P(E/G)=\dfrac{P(G/E)P(E)}{P(G/E)P(E)+P(G/F)P(F)}=\dfrac{1/2.1/2}{1/2.1/2+1/2.1/2}=1/3$

2. $P(E/GG)=\dfrac{P(GG/E)P(E)}{P(GG/E)P(E)+P(GG/F)P(F)}=\dfrac{1/2.1/2.1/2}{1/2.1/2.1/2+1.1/2}=1/5$

3. $P(E/GGH)=\dfrac{P(GGH/E)P(E)}{P(GGH/E)P(E)+P(GGH/F)P(F)}$

$$=\frac{1/2.1/2.1/2.1/2}{1/2.1/2.1/2.1/2+1.1.0.1/2}=1$$

Exercice 16 Trois machines A, B et C produisent respectivement 50%, 40% et 10% du nombre total de pièces fabriquées dans une usine. Les pourcentages de résultats défectueux de ces machines sont respectivement 4%, 2% et 3%. On choisit une pièce au hasard et l'on s'aperçoit qu'elle est défectueuse. Calculer la probabilité pour que cette pièce ait été produite par la machine A.

Solution

H:"La pièce choisie est défectueuse", A:"La pièce choisie provient de l'usine A", B:"La pièce choisie provient de l'usine B", C:"La pièce choisie provient de l'usine C"

$$P(H)=P(A)P(H/A)+P(B)P(H/B)+P(C)P(H/C)$$

$=0,5.0,04+0,4.0,02+0,1.0,03=0,031$ et $P(A/H)=\dfrac{P(A)P(H/A)}{P(H)}\ \dfrac{0.02}{0.031}=0.645$

Exercice 17 Dans une urne, on dispose de 12 boules dont 4 sont blanches. Les 3 joueurs A, B et C tirent dans l'ordre une boule chacun, puis A recommence et ainsi de suite. Le gagnant est le premier è tirer une boule blanche. Trouver la probabilité pour chaque joueur de gagner dans les 2 cas suivants :

1. Avec remise
2. Sans remise

Solution

1. A gagne au 1er ou au 2ème ou .....au n^{ième} tirage

$A\cup\overline{ABC}A\cup\overline{ABCABC}A\cup\ldots$; d'où $P(A)=\dfrac{4}{12}+\dfrac{8}{12}\dfrac{8}{12}\dfrac{8}{12}\dfrac{4}{12}+\left(\dfrac{8}{12}\right)^6\dfrac{4}{12}+\ldots$

$$=\frac{4}{12}\left[1+\left(\frac{8}{12}\right)^3+\ldots\right]=\frac{4}{12}\left[\frac{1}{1-\left(\frac{8}{12}\right)^3}\right]=0.473$$

On fait de même pour B

$P(B)=P(\overline{A}B+\overline{ABC}AB+\ldots)$ $P(B)=\dfrac{8}{12}\dfrac{4}{12}+\left(\dfrac{8}{12}\right)^4\dfrac{4}{12}+\left(\dfrac{8}{12}\right)^7\dfrac{4}{12}+\ldots$

$$=\frac{8}{12}\frac{4}{12}\left[1+\left(\frac{8}{12}\right)^3+\ldots\right]=\frac{8}{12}\frac{4}{12}\left[\frac{1}{1-\left(\frac{8}{12}\right)^3}\right]=0.316$$

SETI
Module : Probabilités_Statistiques

2000-2001

SERIE de TD
n° 5
(coordination)

Exercice 1 : Pour quelle valeur de k, la fonction f définie par :

$f(x) = (1+$[illegible]$)/k \qquad x = 1, 2, 3, 4, 5$

est une loi de probabilité

Exercice 2 : Determiner c pour la fonction f définie par :

$f(x) = c \cdot x \qquad x = 1, 2, 3, 4, 5.$ est une loi de probabilité

même question pour : $f(x) = c \cdot x^k$ pour $x = 1, 2, \ldots, k$

Exercice 3 : Montrer qu'il n'existe pas de valeur de C telle que :

$f(x) = \frac{c}{x} \qquad x = 1, 2, \ldots$

soit une distribution (loi) de probabilité

Exercice 4 : Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par :

$f(k) = P[X = k] = a \cdot k\,(n - k) \qquad k = 1, 2, \ldots n$

Determiner la constante a.

Exercice 5 : Si la fonction de repartition (cumulative ou distribution) de la variable aléatoire X est donnée par :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ 1/3 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ 1/2 & \text{si } 4 \leq x < 6 \\ 5/6 & \text{si } 6 \leq x < 10 \\ 1 & \text{si } x \geq 10 \end{cases}$$

- Trouver sa loi de probabilité et calculer $P[2 < X \leq 6]$ et $P[X = 4]$

Exercice 6 : Trouver la fonction de repartition de la variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par :

$f(x) = P[X = x] = \frac{x}{15} \qquad x = 1, 2, 3, 4, 5.$

Exercice 7 : La fonction de répartition de X est donnée par :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ 1/4 & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 1/2 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 3/4 & \text{si } 3 \leq x < 5 \\ 1 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

Trouver $P[X \leq 3]$; $P[X = 3]$; $P[X < 3]$; $P[X \geq 1]$ et $P[-0,4 < X < 4]$

Exercice 8 : La loi de probabilité g de V variable aléatoire qui compte le nombre d'accidents pendant le weekend au niveau d'une intersection est donnée par :

$g(0) = 0.4$; $g(1) = 0.30$; $g(2) = 0.20$ et $g(3) = 0.10$

Construire sa fonction de repartition et donner son graphe.

Exercice 9 : Une urne contient 4 boules numérotées de 1 à 4. On tire au hasard 2 boules de l'urne simultanément. Soit Z la variable qui somme les numéros des boules tirées.

- Donner les valeurs que peut prendre Z et vérifier que Z est V.a
- Donner sa loi de probabilité et tracer son graphe
- Donner sa fonction de repartition et tracer son graphe.

Exercice 10 : On choisit au hasard 2 boules d'une urne contenant 8 boules blanches 4 noirs et 2 boules rouges. Pour chaque boule tirée, on a les gains suivants : 2 DA pour une boule noire, 1 DA pour une boule blanche et 0 DA pour une rouge. Soit X la variable qui compte le gain total.

1. Montrer que X est une variable aléatoire sur l'espace qu'il faut préciser.
2. Donner la loi de X et calculer : $P[1/2 \leq X < 4]$
3. Tracer le graphe de la fonction de repartition.
4. Donner le gain moyen et l'ecart type.