USTHB Rattrapage S2 : Physique 2, Domaine : ST section M 2008/2009

Exercice 1 (7 points)

1. $\vec{E} = K\frac{q}{a^2}\vec{i} + K\frac{-q}{a^2}\left(-\vec{i}\right) + K\frac{-8q}{4a^2}\left(-\vec{j}\right) = 2K\frac{q}{a^2}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)$ (1)

2. $V = K\frac{q}{a} + K\frac{-q}{a} + K\frac{-8q}{2a} = -4K\frac{q}{a}$ (1)

3. $U = K\frac{q(-q)}{2a} + K\frac{q(-8q)}{\sqrt{a^2+4a^2}} + K\frac{-q(-8q)}{\sqrt{a^2+4a^2}} = -K\frac{q^2}{2a}$ (1)

4. Energie potentielle initiale: $E_p(i) = -\vec{p}.\vec{E} = -p2K\frac{q}{a^2}$ car $\vec{p} = p\vec{i}$. Energie potentielle finale: $E_p(f) = -\vec{p}'.\vec{E} = -||\vec{p}'||.||\vec{E}||$ car $\vec{p}'$ est parallèle à $\vec{E}$. Comme $||\vec{p}'|| = p$ et $||\vec{E}|| = 2\sqrt{2}K\frac{q}{a^2}$, on trouve $E_p(f) = -p2\sqrt{2}K\frac{q}{a^2}$ et $\Delta E_p = 2K\frac{qp}{a^2}\left(1-\sqrt{2}\right)$ (1)

y

$2a$ $-8q$

$\vec{p}'$ $\vec{E}$

λ q $-q$ x

$-2a$ $-a$ O $\vec{p}$ a

5. Application numérique: $q = 0.5\times10^{-6}$ C, $a = 3\times10^{-2}$ m, $p = 10^{-16}$ C.m et $K = 9\times10^9$ unités SI

Champ: $\vec{E} = 10^7\left(\vec{i}+\vec{j}\right)$ en (V/m) et $||\vec{E}|| = 1.41\times10^7$ V/m (0.25pts)

. Potentiel $V = -6\times10^5$ V (0.25pts). Energie interne $U = -0.375$ J (0.25pts). Variation de l'énergie potentielle $\Delta E_p = -0.41\times10^{-9}$ J (0.25pts).

6.a. Champ créé par la distribution continue $\vec{E} = \int_{-2a}^{-a} K\frac{\lambda dx}{x^2}\vec{i} = K\lambda\left[\frac{-1}{-a} - \frac{-1}{-2a}\right]\vec{i} = \frac{K\lambda}{2a}\vec{i}$. La champ créé par la seule charge q est $\vec{E} = K\frac{q}{a^2}\vec{i}$. L'égalité des deux champs implique que $\lambda = \frac{2q}{a} = 0.33\times10^{-4}$ C/m. (1)

b. Potentiel créé par la distribution continue $V = \int_{-2a}^{-a} K\frac{\lambda dx}{|x|} = \int_{-2a}^{-a} K\frac{\lambda dx}{-x}$ car $x<0$. Posons $u = -x \Rightarrow dx = -du$, l'intégrale devient $V = -\int_{2a}^{a} K\frac{\lambda du}{u} = -K\lambda\left[\ln(u)\right]_{2a}^{a} = K\lambda\ln 2$. Le potentiel créé par une seule charge q étant $V = K\frac{q}{a}$. L'égalité a lieu si $\lambda = \frac{q}{a\ln 2}$ ce qui est différent de la valeur trouvée pour l'égalité des champs. (1)

Exercice 2 (5 points)

Données: $S = 113\times10^{-4}$ m^2, $e = 10^{-3}$ m, $V = 12$ V.

1. Capacité $C = \frac{\varepsilon_0 S}{e} = \frac{4\pi S}{Ke} = 5.8\times10^{-12}$ F. Charge $Q = VC = 69.6\times10^{-12}$ C. 2x(0.5)

2. a. Soit $q_A = q > 0$ car l'armature A est reliée à la borne positive du générateur. L'influence étant totale, la charge q_{CA} de la face du conducteur C en regard avec l'armature A est $q_{CA} = -q$. Le conducteur C étant neutre et électriquement isolé, sa deuxième face porte la charge $q_{CD} = q$. De la même manière et avec la même notation pour le conducteur D, on a $q_{DC} = -q$, $q_{DB} = q$ et $q_B = -q$. (0.5)

A C D B A C D B

q $-q$ q $-q$ q $-q$ q' $-q'$ q' $-q'$

$e/5$ $e/5$ $e/5$ $e/5$ $e/5$ $e/5$

V V

2.b. On a trois condensateurs en série de capacités égales à $C' = \frac{\varepsilon_0 S}{e/5} = 5C$. Le système est équivalent à un seul condensateur de même charge q, de potentiel V et de capacité équivalente $C_{eq} = \frac{C'}{3} = \frac{5}{3}C$. La charge est $q = VC_{eq} = \frac{5}{3}VC = 1.16\times10^{-10}$ C. (1)

2.c On a $V_A - V_C = V_C - V_D = V_D - V_B = q/C'$. Donc $V_A - V_C = \frac{V}{3} = 4$ V (0.5)

3.a. L'armature A et le conducteur C constituent un seul conducteur. Le système des deux condensateurs a comme nouvelle capacité équivalente $C'_{eq} = \frac{C'}{2} = \frac{5}{2}C$ mais la d.d.p V n'a pas changé.
La variation d'énergie interne est $\Delta U = \frac{1}{2}C'_{eq}V^2 - \frac{1}{2}C_{eq}V^2$. Alors $\Delta U = \frac{5}{12}CV^2 = 3.\,48 \times 10^{-10}$ J. (1)
3.b. La nouvelle charge est $q' = C'_{eq}V = \frac{5}{2}CV$. Le générateur a donc fourni la charge $\Delta q = q' - q = \frac{5}{6}CV$. Il a fournit l'énergie $W_G = \frac{5}{6}CV^2 = 6\,9.6 \times 10^{-11}$ J. La différence a été dissipée par effet Joule $W_J = \frac{5}{12}CV^2 = 3.\,48 \times 10^{-10}$ J. (1)

Exercice 3 (8 points)

i_1 $2E$ $2R$ $2R/3$

i_2

i_3 E R R' R' R R R

E R

e

1. $R' = \frac{2R}{3} + R_{//}$ où $R_{//} = \frac{R}{3}$. Donc $R' = R$. (0.5)
2. Loi des noeuds : $i_1 + i_2 = i_3$ (0.5)
Loi des mailles (égalité des d.d.p pour les branches entre les mêmes noeuds):
Branches 1 et 2: $2E - 2Ri_1 = E - Ri_2$ (0.5)
Branches 3 et 2: $-E + 2Ri_3 + e = E - Ri_2$ (0.5)
Branches 1et 3: $2E - 2Ri_1 = -E + 2Ri_3 + e$. Cette équation dépend linéairement des deux premières et ne sera pas utilisée.
3. Utilisons $i_3 = i_1 + i_2$ et réarrangeons les termes.
Branches 1 et 2: $2Ri_1 - Ri_2 = E$
Branches 3 et 2: $2Ri_1 + 3Ri_2 = 2E - e$
On trouve : $i_1 = \frac{5E-e}{8R}$, $i_2 = \frac{E-e}{4R}$ et $i_3 = \frac{7E-3e}{8R}$ 3x(0.5)
4.a. Pour que le système fonctionne, il faut que $i_3 > 0$ et par conséquent $e < \frac{7E}{3} = e_{\max}$.
4.b. $E = 4$ V, $e = 8$ V et $R = 0.5 \times 10^3\ \Omega$
$i_1 = 3$ mA, le générateur correspondant fonctionne normalement. 2x(0.25)
$i_2 = -2$ mA , le générateur correspondant fonctionne comme un récepteur. 2x(0.25)
$i_3 = 1$ mA, le générateur correspondant fonctionne normalement. 2x(0.25)
5.a. Quand le condensateur est complètement chargé $i_3 = 0$ et $i_1 = -i_2 = \frac{E}{3R}$. AN $i_1 = 2.66$ mA. 2x(0.5)
5.b. La charge finale est $Q = CV$ où $V = E + 2E - 2Ri_1 = \frac{7E}{3}$, soit $Q = \frac{7EC}{3} = 28 \times 10^{-6}$ C. (0.5)
5.c. Le calcul est identique à celui de la question 2 en remplaçant e par q/c et en utilisant $i_3 = dq/dt$. La solution $i_3 = \frac{7E-3e}{8R}$ devient $\frac{dq}{dt} = \frac{7E-\frac{3q}{C}}{8R}$ ou encore $\frac{dq}{dt} + \frac{3q}{8RC} = \frac{7E}{8R}$. Par conséquent, $\tau = \frac{8RC}{3} = 0\,,4$ ms. (1)