

**Exercice 1 (7 points)**

1.  $\vec{E} = K \frac{q}{a^2} \vec{i} + K \frac{-q}{a^2} (-\vec{i}) + K \frac{-8q}{4a^2} (-\vec{j}) = 2K \frac{q}{a^2} (\vec{i} + \vec{j})$  (1)

2.  $V = K \frac{q}{a} + K \frac{-q}{a} + K \frac{-8q}{2a} = -4K \frac{q}{a}$  (1)

3.  $U = K \frac{q(-q)}{2a} + K \frac{q(-8q)}{\sqrt{a^2+4a^2}} + K \frac{-q(-8q)}{\sqrt{a^2+4a^2}} = -K \frac{q^2}{2a}$  (1)

4. Energie potentielle initiale:  $E_p(i) = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -p2K \frac{q}{a^2}$  car  $\vec{p} = p\vec{i}$ .

Energie potentielle finale:  $E_p(f) = -\vec{p}' \cdot \vec{E} = -\|\vec{p}'\| \cdot \|\vec{E}\|$  car  $\vec{p}'$  est parallèle à  $\vec{E}$ . Comme  $\|\vec{p}'\| = p$  et  $\|\vec{E}\| = 2\sqrt{2}K \frac{q}{a^2}$ , on trouve  $E_p(f) = -p2\sqrt{2}K \frac{q}{a^2}$  et  $\Delta E_p = 2K \frac{qp}{a^2} (1 - \sqrt{2})$  (1)

5. Application numérique:  $q = 0.5 \times 10^{-6}$  C,  $a = 3 \times 10^{-2}$  m,  $p = 10^{-16}$  C.m et  $K = 9 \times 10^9$  unités SI

Champ:  $\vec{E} = 10^7 (\vec{i} + \vec{j})$  en (V/m) et  $\|\vec{E}\| = 1.41 \times 10^7$  V/m (0.25pts)

. Potentiel  $V = -6 \times 10^5$  V (0.25pts). Energie interne  $U = -0.375$  J (0.25pts). Variation de l'énergie potentielle  $\Delta E_p = -0.41 \times 10^{-9}$  J (0.25pts).

6.a. Champ créé par la distribution continue  $\vec{E} = \int_{-2a}^{-a} K \frac{\lambda dx}{x^2} \vec{i} = K\lambda \left[ \frac{-1}{-a} - \frac{-1}{-2a} \right] \vec{i} = \frac{K\lambda}{2a} \vec{i}$ . La champ créé par la seule charge  $q$  est  $\vec{E} = K \frac{q}{a^2} \vec{i}$ . L'égalité des deux champs implique que  $\lambda = \frac{2q}{a} = 0.33 \times 10^{-4}$  C/m. (1)

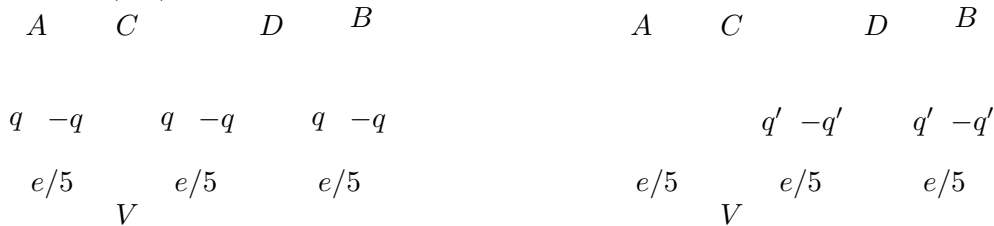
b. Potentiel créé par la distribution continue  $V = \int_{-2a}^{-a} K \frac{\lambda dx}{|x|} = \int_{-2a}^{-a} K \frac{\lambda dx}{-x}$  car  $x < 0$ . Posons  $u = -x \Rightarrow dx = -du$ , l'intégrale devient  $V = -\int_{2a}^a K \frac{\lambda du}{u} = -K\lambda [\ln(u)]_{2a}^a = K\lambda \ln 2$ . Le potentiel créé par une seule charge  $q$  étant  $V = K \frac{q}{a}$ . L'égalité a lieu si  $\lambda = \frac{q}{a \ln 2}$  ce qui est différent de la valeur trouvée pour l'égalité des champs. (1)

**Exercice 2 (5 points)**

Données:  $S = 113 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>,  $e = 10^{-3}$  m,  $V = 12$  V.

1. Capacité  $C = \frac{\epsilon_0 S}{e} = \frac{4\pi S}{Ke} = 5.8 \times 10^{-12}$  F. Charge  $Q = VC = 69.6 \times 10^{-12}$  C. 2x(0.5)

2. a. Soit  $q_A = q > 0$  car l'armature A est reliée à la borne positive du générateur. L'influence étant totale, la charge  $q_{CA}$  de la face du conducteur C en regard avec l'armature A est  $q_{CA} = -q$ . Le conducteur C étant neutre et électriquement isolé, sa deuxième face porte la charge  $q_{CD} = q$ . De la même manière et avec la même notation pour le conducteur D, on a  $q_{DC} = -q$ ,  $q_{DB} = q$  et  $q_B = -q$ . (0.5)



2.b. On a trois condensateurs en série de capacités égales à  $C' = \frac{\epsilon_0 S}{e/5} = 5C$ . Le système est équivalent à un seul condensateur de même charge  $q$ , de potentiel  $V$  et de capacité équivalente  $C_{eq} = \frac{C'}{3} = \frac{5}{3}C$ . La charge est  $q = VC_{eq} = \frac{5}{3}VC = 1.16 \times 10^{-10}$  C. (1)

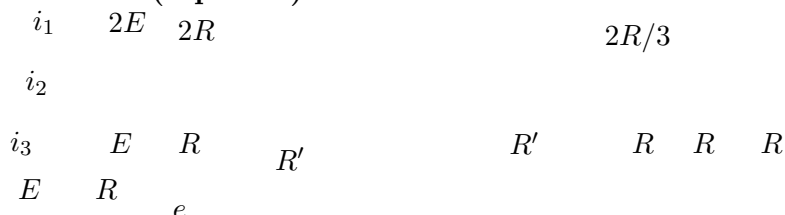
2.c On a  $V_A - V_C = V_C - V_D = V_D - V_B = q/C'$ . Donc  $V_A - V_C = \frac{V}{3} = 4$  V (0.5)

3.a. L'armature  $A$  et le conducteur  $C$  constituent un seul conducteur. Le système des deux condensateurs a comme nouvelle capacité équivalente  $C'_{eq} = \frac{C'}{2} = \frac{5}{2}C$  mais la d.d.p  $V$  n'a pas changé.

La variation d'énergie interne est  $\Delta U = \frac{1}{2}C'_{eq}V^2 - \frac{1}{2}C_{eq}V^2$ . Alors  $\Delta U = \frac{5}{12}CV^2 = 3.48 \times 10^{-10}$  J. (1)

3.b. La nouvelle charge est  $q' = C'_{eq}V = \frac{5}{2}CV$ . Le générateur a donc fourni la charge  $\Delta q = q' - q = \frac{5}{6}CV$ . Il a fourni l'énergie  $W_G = \frac{5}{6}CV^2 = 69.6 \times 10^{-11}$  J. La différence a été dissipée par effet Joule  $W_J = \frac{5}{12}CV^2 = 3.48 \times 10^{-10}$  J. (1)

### Exercice 3 (8 points)



1.  $R' = \frac{2R}{3} + R_{//}$  où  $R_{//} = \frac{R}{3}$ . Donc  $R' = R$ . (0.5)

2. Loi des noeuds :  $i_1 + i_2 = i_3$  (0.5)

Loi des mailles (égalité des d.d.p pour les branches entre les mêmes noeuds):

Branches 1 et 2:  $2E - 2Ri_1 = E - Ri_2$  (0.5)

Branches 3 et 2:  $-E + 2Ri_3 + e = E - Ri_2$  (0.5)

Branches 1 et 3:  $2E - 2Ri_1 = -E + 2Ri_3 + e$ . Cette équation dépend linéairement des deux premières et ne sera pas utilisée.

3. Utilisons  $i_3 = i_1 + i_2$  et réarrangeons les termes.

Branches 1 et 2:  $2Ri_1 - Ri_2 = E$

Branches 3 et 2:  $2Ri_1 + 3Ri_2 = 2E - e$

On trouve :  $i_1 = \frac{5E-e}{8R}$ ,  $i_2 = \frac{E-e}{4R}$  et  $i_3 = \frac{7E-3e}{8R}$  3x(0.5)

4.a. Pour que le système fonctionne, il faut que  $i_3 > 0$  et par conséquent  $e < \frac{7E}{3} = e_{\max}$ .

4.b.  $E = 4$  V,  $e = 8$  V et  $R = 0.5 \times 10^3 \Omega$

$i_1 = 3$  mA, le générateur correspondant fonctionne normalement. 2x(0.25)

$i_2 = -2$  mA, le générateur correspondant fonctionne comme un récepteur. 2x(0.25)

$i_3 = 1$  mA, le générateur correspondant fonctionne normalement. 2x(0.25)

5.a. Quand le condensateur est complètement chargé  $i_3 = 0$  et  $i_1 = -i_2 = \frac{E}{3R}$ . AN  $i_1 = 2.66$  mA. 2x(0.5)

5.b. La charge finale est  $Q = CV$  où  $V = E + 2E - 2Ri_1 = \frac{7E}{3}$ , soit  $Q = \frac{7EC}{3} = 28 \times 10^{-6}$  C. (0.5)

5.c. Le calcul est identique à celui de la question 2 en remplaçant  $e$  par  $q/c$  et en utilisant  $i_3 = dq/dt$ . La solution  $i_3 = \frac{7E-3e}{8R}$  devient  $\frac{dq}{dt} = \frac{7E-3q}{8R}$  ou encore  $\frac{dq}{dt} + \frac{3q}{8RC} = \frac{7E}{8R}$ . Par conséquent,  $\tau = \frac{8RC}{3} = 0,4$  ms. (1)